Departman za matematiku i informatiku
Prirodno - matematički fakultet
Univerzitet u Novom Sadu

Probni prijemni ispit

1) Date su sledeće iskazne formule:

$A_1 : ((p \Rightarrow q) \vee r) \Leftrightarrow u \qquad A_2 : \neg u \wedge s$

$A_3 : \neg(p \Rightarrow q) \Rightarrow w$

Pokazati da je iskazna formula $A : s \wedge \neg r \wedge w$ logička posledica tih formula, bez upotrebe istinitosnih tablica. Rešavanje zadatka svodi se na pokazivanje da je iskazna formula $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \Rightarrow A$ tautologija.

2)

Pokazati da je na slici je prikazan grafik funkcije

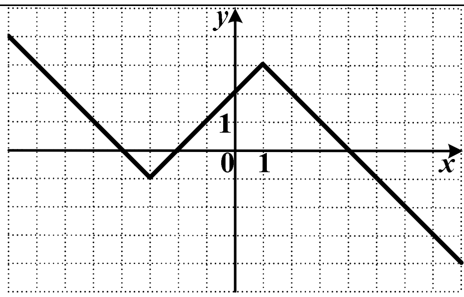
$f(x) = |x+3| - |1-x| - x.$

Odrediti:

a) $f(-1) + f(1)$

b) interval na kome je funkcija f rastuća

c) Rešenja jednačine $|x+3| - |1-x| = x$



3) Odrediti vrednost parametra k tako da koreni x_1 i x_2 kvadratne jednaµcine $x^2 + 3kx + k^2 = 0$; zadovoljavaju jednačinu $x_1{}^2 + x_2{}^2 = 112$.

4) Rešiti jednačinu $\log\sqrt{x-5} + \log\sqrt{2x-3} + 1 = \log 30.$

5) Za evropsko prvenstvo u košarci selektor treba da izabere 12 igrača. Među izabranima, broj bekova, krila i centara treba da bude 5, 3 i 4 respektivno. Selektor taj odabir vrši sa šireg spiska košarkaša među kojima ima 15 bekova, 10 krila i 11 centara.

a) Na koliko različitih načina se može formirati reprezentacija od 12 igrača?
b) Selektor je odabrao reprezentaciju na opisani način. Sada treba odrediti članove prve petorke. Na koliko najviše različitih načina se to može uraditi ako se zna da broj bekova u prvoj petorci mora biti dva ili tri, a broj centara ne sme biti manji od jedan?

6) Napisati program koji od korisnika učitava prirodan broj *N*, 8≤*N≤1000*, a zatim i niz *L* od *N* prirodnih brojeva. Vršiti kontrolu unosa u svim učitavanjima. Među članovima niza pronaći i ispisati one čiji je zbir cifara manji od zbira cifara broja *N*. Npr. za *N=8* i *L=[2,18,32,45,17,64,12,56]* ispisuju se *2*, *32*,i *12*. Treba omogućiti višestruko izvršavanje programa na zahtev korisnika.

- Boduje se 5 najbolje urađenih zadataka
- Vreme rada je 120 minuta

Departman za matematiku i informatiku Prirodno - matematički fakultet Univerzitet u Novom Sadu	

REŠENJA ZADATAKA

1) Pretpostavimo da su, za neke vrednosti *α(p),… α(w)* slova *p,…,w* formule A_1 A_2 i A_3 tačne (pišemo: $v_\alpha(A_1)=v_\alpha(A_2)= v_\alpha(A_3)=\top$). Kako je formula u obliku konjukcije tačna samo ako su svi članovi formule tačni, za formulu A_2 sledi da je $\alpha(u)=\perp$ i $\alpha(s)=\top$. Pošto je A_1 tačna a njena desna strana netačna, sledi da je $v_\alpha((p\Rightarrow q)\vee r)=\perp$. Odavde sledi da je $v_\alpha(p\Rightarrow q)=\perp$ i $\alpha(r)=\perp$. Iz $v_\alpha(\neg(p\Rightarrow q)\Rightarrow w)=\top$ sada dobijamo $\alpha(w)=\top$. Sada iz $\alpha(s)=\top$, $\alpha(r)=\perp$ i $\alpha(w)=\top$ zaključujemo da je $v_\alpha(s\wedge\neg r\wedge w)=\top$.

2) Funkcija f se može zapisati kao $f(x)\begin{cases}-x-4, & x\leq -3\\ x+2, & -3<x\leq 1\\ -x+4, & x>1\end{cases}$

a) $f(-1)+f(1)=1+3=4$

b) Funkcija f je rastuća na intervalu $(-3,1)$.

c) Rešenja jednačine su nule funkcije f $x=-4,\ x=-2,\ x=-4.$

3) Na osnovu Vijetovih pravila važi

$$x_1{}^2+x_2{}^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=112\,,$$

$$9k^2-2k^2=112$$

Tako da je $k=\pm 4$.

4) Data jednačina se može zapisati kao $\log 10\sqrt{x-5}\sqrt{2x-3}=\log 30$, odnosno $\sqrt{x-5}\sqrt{2x-3}=3$, odakle je $(x-5)(2x-3)=9$, i $x^2-13x+6=0$.
Rešenja poslednje jednačine su $x_1=6,\ x_2=1/2$.
Rešenje x_2 se ne može prihvatiti jer zbok korena mora biti $x-5>0$.

5)

a) Da bismo izabrali članove reprezentacije treba da od 15 bekova izaberemo 5, od 10 krila izaberemo 3 i od 11 centara izaberemo 4. To znači da broj različitih načina na koji se može formirati reprezentacija od 12 članova iznosi $\binom{15}{5}\cdot\binom{10}{3}\cdot\binom{11}{4}$.

b) Prva petorka se prema opisanim pravilima može formirati na neki od sledećih načina: dva beka, dva krila i jedan centar; dva beka, jedno krilo i dva centra; dva beka i tri centra; tri beka, jedno krilo i jedan centar i tri beka i dva centra. To znači da ukupan broj različitih načina na koji se može formirati prva petorka iznosi

Departman za matematiku i informatiku Prirodno - matematički fakultet Univerzitet u Novom Sadu	

$$\binom{5}{2}\cdot\binom{3}{2}\cdot\binom{4}{1}+\binom{5}{2}\cdot\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{2}+\binom{5}{2}\cdot\binom{4}{3}+\binom{5}{3}\cdot\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{1}+\binom{5}{3}\cdot\binom{4}{2}.$$

6) Data su rešenja u programskom jeziku C i programskom jeziku Pascal.

```
#include <stdio.h>

int main(){
     int N, i, zcifN, zcifB, pom;
     char c;
     int L[1000];
     do{
            do{
                  printf("Unesite prirodan broj izmedju 8 i 1000: ");
                  scanf("%d", &N);
            } while (N<8 || N>1000);
            zcifN=0;
            pom=N;
            while (pom>0) {
                  zcifN+=pom % 10;
                  pom/=10;
            }
            for (i=0; i<N; i++){
                  do{
                        printf("Unesite element niza na indeksu %i: ", i);
                        scanf("%d", &L[i]);
                  } while (L[i]<= 0);
            }
            for (i=0; i<N; i++){
                  zcifB=0;
                  pom=L[i];
                  while (pom>0) {
                        zcifB+= pom % 10;
                        pom/=10;
                  }
                  if (zcifB<zcifN)
                        printf("%i \n", L[i]);
            }
            printf("Da li zelite jos (D/N)? ");
            scanf("%c\n",&c);
       } while (c!='n' && c!='N');
}
```

Departman za matematiku i informatiku Prirodno - matematički fakultet Univerzitet u Novom Sadu	


```
program p2017;
var
N, i, zcifN, zcifB, pom :integer;
c :char;
L  :array [1..1000] of integer;

begin
repeat
   repeat
       writeln('Unesite prirodan broj izmedju 8 i 1000');
       readln(N);
   until (N >= 8) and (N <= 1000);
   zcifN := 0;
   pom := N;
   while pom > 0 do begin
     zcifN := zcifN + (pom mod 10);
     pom := pom div 10
   end;
   for i := 1 to N do
      repeat
           writeln('Unesite element niza');
           readln(L[i]);
      until L[i] > 0;
   for i := 1 to N do begin
      zcifB := 0;
      pom := L[i];
      while pom > 0 do begin
           zcifB := zcifB + (pom mod 10);
           pom := pom div 10
      end;
      if zcifB<zcifN then
          writeln(L[i])
   end;
   writeln('Da li zelite jos (D/N)?');
   readln(c);
until (c = 'N') or (c = 'n');
end.
```